Question finale (correction au retour en classe) :

[1] Déterminer, les dimensions d'un rectangle de périmètre 12 et d'aire 7 (s'il existe).

$\leftrightsquigarrow$

On note m et p les deux dimensions du rectangle.

on a pour l'aire : $m \times p = 7$

et pour le périmètre : $2m + 2p = 12$

Cela revient à chercher deux nombres m et p dont le produit est 7 et la somme 6. On cherche donc a, b et c tels que :

$\frac{-b}{a} = 6$

et

$\frac{c}{a} = 7$

En choisissant $a = 1$ cela donne $b = -6$ et $c = 7$.

Ces nombres sont les racines du polynôme

$$P(x) = x^2 - 6x + 7$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 7 = 36 - 28 = 8$

Le discriminant est positif donc le polynôme admet deux racines réelles :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 - \sqrt{8}}{2} = 3 - \sqrt{2}$$

et

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{6 + \sqrt{8}}{2} = 3 + \sqrt{2}$$

Les dimensions du rectangle cherché sont donc $3 - \sqrt{2}$

et

$3 + \sqrt{2}$

[2] Déterminer, les dimensions d'un rectangle de périmètre 8 et d'aire 13 (s'il existe).

En reprenant le même raisonnement, déterminer les deux dimensions du rectangle m et p équivaut à à chercher deux nombres m et p dont le produit est 13 et la somme 4.

Ces nombres sont les racines du polynôme

$$Q(x) = x^2 - 4x + 13$$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 13 = 16 - 52 = -36$

Le discriminant est strictement négatif, donc le polynôme n'a pas de racine réelle et par suite le rectangle recherché n'existe pas.