

50p 16

(a) $f(x) = x^2 - x + 1$

Discriminant: $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1$
 $= 1 - 4 = -3$

$\Delta < 0$ donc $f(x)$ ne peut pas être factorisé

(b) $g(x) = x^2 - 4x - 4$

Discriminant $\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-4) \times (-1)$
 $= 0$

Donc $g(x)$ a une racine double

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \times (-1)} = -2$$

et $g(x)$ se factorise :

$$g(x) = a(x - x_0)^2$$

$$= -1 \times (x - (-2))^2$$

$$g(x) = -(x+2)^2$$

(c) $h(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2$

Discriminant: $\Delta = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times (-2)$
 $= \frac{9}{4} = 2,25$

$\Delta > 0$ donc $h(x)$ admet deux

racines :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\frac{1}{2} - 1,5}{2 \times \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{-2}{\frac{1}{2}} = -2 \times \frac{2}{1} = -4$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-\frac{1}{2} + 1,5}{2 \times \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 \times \frac{2}{1} = 2$$

Donc la factorisation :

$$h(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$h(x) = \frac{1}{4}(x - (-4))(x - 2)$$

$$h(x) = \frac{1}{4}(x+4)(x-2)$$

(d) $k(x) = 7x - x^2 - 6$

$$= -x^2 + 7x - 6$$

$$= -(x^2 - 7x + 6)$$

$$= -\left[x - \frac{7}{2}\right]^2 - \frac{49}{4} + 6$$

$$= -\left[x - \frac{7}{2}\right]^2 - \frac{25}{4}$$

$$= -\left[x - \frac{7}{2}\right]^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$= -\left(x - \frac{7}{2} - \frac{5}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2} + \frac{5}{2}\right)$$

$$k(x) = -(x-6)(x-1)$$

(On peut aussi utiliser la méthode de la question c)

(a) $-3x^2 + x + 4 = 0$ (E_a)

Discriminant

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 1^2 - 4 \times (-3) \times 4$$

$$= 1 + 48 = 49$$

$\Delta > 0$ donc (E_a) a deux solutions

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2 \times (-3)}$$

$$= \frac{-1 - 7}{-6} = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2 \times (-3)}$$

$$= \frac{-1 + 7}{-6} = \frac{6}{-6} = -1$$

$$\mathcal{S}_{E_a} = \left\{ -1; \frac{4}{3} \right\}$$

(b) $4x - 4x^2 + 15 = 0$ (E_b)

(E_b) $\Leftrightarrow -4x^2 + 4x + 15 = 0$

Discriminant: $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 4^2 - 4 \times (-4) \times 15$$

$$= 756$$

$\Delta > 0$ donc (E_b) a deux solutions

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 16}{2 \times (-4)} = \frac{-20}{-8} = \frac{5}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 16}{2 \times (-4)} = \frac{12}{-8} = -\frac{3}{2}$$

$$\mathcal{S}_{E_b} = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{5}{2} \right\}$$

(c) $7u^2 + 5u + 1 = 0$ (E_c)

Discriminant: $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times 7 = -3 < 0$$

donc (E_c) n'a aucune solution réelle: $\mathcal{S}_{E_c} = \emptyset$

(d) $0,5x^2 + 2,5x - 7 = 0$ (E_d)

Discriminant: $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 2,5^2 - 4 \times 7 \times 0,5$$

$$= 20,25 > 0$$

donc (E_d) admet deux solutions

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2,5 - 4,5}{2 \times 0,5} = -7$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2,5 + 4,5}{2 \times 0,5} = 2$$

$$\mathcal{S}_{E_d} = \{-7; 2\}$$