Correction du DM1 - Premières Maths 1

Activité n°1 p 67 : **1)** On sait que $f(x)=-0{,}3x^2+2{,}4x$.
Dans cette expression développée, on voit qu'il y a un facteur commun : x. On peut donc écrire sous forme factorisée, $f(x)=x(-0{,}3x+2{,}4)$. Pour trouver la largeur du pont, il suffit de résoudre l'équation $f(x)=0$.
On utilise la forme factorisée et la règle du produit nul : un produit est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul .

Donc $f(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } -0{,}3x+2{,}4=0$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=\frac{-2{,}4}{-0{,}3}=8$$

La largeur du pont est alors égale à $8-0=8\,m$.

2) a) $-0{,}3(x-4)^2+4{,}8=-0{,}3(x^2-8x+16)+4{,}8$ attention à la présentation du raisonnement !

$$=-0{,}3x^2+2{,}4x-4{,}8+4{,}8$$
$$=-0{,}3x^2+2{,}4x$$

Or on sait que $f(x)=-0{,}3x^2+2{,}4x$ donc **on peut aussi écrire que $f(x)=-0{,}3(x-4)^2+4{,}8$.**

b) On vient de voir que $f(x)=-0{,}3(x-4)^2+4{,}8$

Donc $f(4)=-0{,}3\times 0^2+4{,}8=4{,}8$

De plus, pour tout $x\in\mathbb{R}$, $(x-4)^2$ est un carré donc $(x-4)^2\geq 0$ puis $-0{,}3(x-4)^2\leq 0$ ce qui implique que $-0{,}3(x-4)^2+4{,}8\leq 4{,}8$ soit $f(x)\leq 4{,}8$

Cela prouve que la fonction admet un maximum égal à 4,8 (atteint pour $x=4$) à prouver

La hauteur maximale du pont est de 4,8 m.

3) a) On utilise la forme canonique qui permet d'isoler x .

$$\begin{aligned} f(x)=0{,}9 &\Leftrightarrow -0{,}3(x-4)^2+4{,}8=0{,}9\\ &\Leftrightarrow -0{,}3(x-4)^2=-3{,}9\\ &\Leftrightarrow (x-4)^2=13\\ &\Leftrightarrow x-4=\sqrt{13} \text{ ou } x-4=-\sqrt{13}\\ &\Leftrightarrow x=4+\sqrt{13} \text{ ou } x=4-\sqrt{13}\\ &\Leftrightarrow x\approx 7{,}61 \text{ ou } x\approx 0{,}39\end{aligned}$$

Donc $\boldsymbol{S=\{4-\sqrt{13}\,;4+\sqrt{13}\}}$

$$\begin{aligned} f(x)=2{,}82 &\Leftrightarrow -0{,}3(x-4)^2+4{,}8=2{,}82\\ &\Leftrightarrow -0{,}3(x-4)^2=-1{,}98\\ &\Leftrightarrow (x-4)^2=6{,}6\\ &\Leftrightarrow x-4=\sqrt{6{,}6} \text{ ou } x-4=-\sqrt{6{,}6}\\ &\Leftrightarrow x=4+\sqrt{6{,}6} \text{ ou } x=4-\sqrt{6{,}6}\\ &\Leftrightarrow x\approx 6{,}57 \text{ ou } x\approx 1{,}43\end{aligned}$$

Donc $\boldsymbol{S=\{4-\sqrt{6{,}6}\,;4+\sqrt{6{,}6}\}}$

b) Les solutions de l'équation $f(x)=0{,}9$ permettent de trouver la largeur du pont à 0,9 m au dessus de l'eau : $4+\sqrt{13}-(4-\sqrt{13})=2\sqrt{13}\approx 7{,}22$.

A 0,9 m du niveau de l'eau, la largeur du pont est d'environ 7,22 m et celle du bateau est de 3,90m.
A 2,82 m du niveau de l'eau, la largeur du pont est de $4+\sqrt{6{,}66}-(4-\sqrt{6{,}6})=2\sqrt{6{,}6}\approx 5{,}14$ m, et à cette hauteur, le bateau mesure 3 m de large. On en déduit que **le bateau pourra passer sous le pont.**

100 p 83 : **1) a)** L'aire du carré AEFD est la somme de l'aire du carré ABCD de côté *x* et de celle du rectangle BEFC de largeur *x* et de longueur 10 donc l'aire du carré AEFD est égale à x^2+10x .
Il y a deux façons de calculer l'aire de la deuxième figure proposée par Al Kwarizmi :

- la somme de l'aire d'un carré de côté *x* et de deux rectangles de largeur x et de longueur 5 :

$$x^2+5x+5x \text{ soit } x^2+10x \text{ c'est -à-dire l'aire du rectangle AEFD}$$

- la différence de l'aire d'un grand carré de côté $x+5$ et de celle du carré blanc de côté 5 :

$$(x+5)^2-5^2 \text{ soit } (x+5)^2-25$$

Celà prouve que l'aire du rectangle AEFD est aussi égale à $(x+5)^2-25$, et par conséquent, que **résoudre l'équation $x^2+10x=39$ revient à résoudre $(x+5)^2-25=39$.**

b) $$\begin{aligned}(x+5)^2-25=39 &\Leftrightarrow (x+5)^2=64\\ &\Leftrightarrow x+5=8 \text{ ou } x+5=-8\\ &\Leftrightarrow x=3 \text{ ou } x=-13\end{aligned}$$

Donc $\boldsymbol{S=\{-13\,;3\}}$

2) a) $x^2+10x=39 \Leftrightarrow x^2+10x-39=0$

$\Delta=10^2-4\times 1\times(-39)=256>0$ donc l'équation admet deux racines distinctes qui sont :

$$x_1=\frac{-10-\sqrt{256}}{2\times 1}=\frac{-10-16}{2}=-13 \text{ et } x_2=\frac{-10+\sqrt{256}}{2\times 1}=\frac{-10+16}{2}=3 .$$

Donc $\boldsymbol{S=\{-13\,;3\}}$

b) On retrouve les mêmes solutions qu'à la question **1)**.