

Les calculs doivent être détaillés et les raisonnements doivent être clairement rédigés.
Faire une rature propre ne pose aucun problème et ne sera jamais pénalisé dans la notation.

Exercice 1 . Le début : le cours (4 points)

a, b, c sont des nombres entiers.

En utilisant uniquement la définition de la divisibilité, démontrer que si a divise b et c , alors a divise $5b + 9c$

Exercice 2 . Les congruences suivantes sont-elles vraies ou fausses ?(3 points)

Aucune justification n'est demandée

- | | |
|--|---|
| [1] $35 \equiv 2[3]$ Vraie / Fausse | [4] $-13 \equiv 1[7]$ Vraie / Fausse |
| [2] $25 \equiv 1[5]$ Vraie / Fausse | [5] $-7 \equiv 5[6]$ Vraie / Fausse |
| [3] $102 \equiv 2[5]$ Vraie / Fausse | [6] $-25 \equiv 3[11]$ Vraie / Fausse |

Exercice 3 . Questions indépendantes sur la divisibilité et les congruences. (4 points)

- [1] Écrire la division euclidienne de 637 par 31.
- [2] L'égalité : $462 = 17 \times 25 + 37$ définit-elle une division euclidienne ?
- [3] On connaît la propriété du produit nul pour les réels :
 "Si $ab = 0$, alors $a = 0$ ou $b = 0$."
 La proposition suivante est-elle vraie ? (justifier la réponse)
 "Si $ab \equiv 0[6]$, alors $a \equiv 0[6]$ ou $b \equiv 0[6]$."

Exercice 4 . Le reste (5 points)

- [1] Déterminer suivant les valeurs de l'entier naturel n , le reste de la division euclidienne de 2^n par 5.
- [2] En déduire le reste de la division euclidienne de 2917^{541} par 5.

Exercice 5 . La fin (5 points)

On considère l'équation suivante : $(E) : 3x - 5y = 2$; où les inconnues x et y sont des entiers relatifs.

- [1] Démontrer que si le couple $(x; y)$ vérifie l'équation (E), alors $3x \equiv 2[5]$.
- [2] En déduire à l'aide d'une table de congruence que, dans ce cas, il existe un entier k tel que $x = 4 + 5k$.
- [3] Déterminer tous les couples solutions de (E).

NOM - prénom : Classe :

*Grille remplie par le professeur***Exercice 1 .** 1□□□□ 2□□□□ 3□□□□ 4□□□□**Exercice 2 .** 1□□ 2□□ 3□□ 4□□ 5□□ 6□□**Exercice 3 .** 1□□□□ 2□□□□ 3□□□□ □□□□**Exercice 4 .** 1□□□□ □□□□ □□□□ 2□□□□ □□□□**Exercice 5 .** 1□□□□ 2□□□□ □□□□ 3□□□□ □□□□**Après la fin, le bonus (En dehors du barème)**

Dans une île, 45 caméléons peuvent prendre l'une des trois couleurs : jaune, vert ou bleu.

Un jour donné, il y a 17 caméléons jaunes, 15 verts et 13 bleus.

Lorsque 2 caméléons se rencontrent, il cherchent à avoir la même couleur, ainsi :

- soit ils sont de la même couleur et ils la conservent,
- soit ils sont de deux couleurs différentes et alors ils prennent tous les deux la troisième couleur.

Combien de jour au minimum cela prend-il pour que tous les caméléons soient de la même couleur ?